

Algebra für Informatiker/innen
5. Übungsblatt für den 17. und 18. April 2008

33. Bestimmen Sie mit dem Gauß'schen Algorithmus eine parametrisierte Darstellung der Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems $A \cdot x = b$, wobei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Gehen Sie wie in der Vorlesung vor, d.h., beginnen Sie z.B. mit folgendem Schema:

$$\begin{array}{rcc|c} \text{I} & 1 & -2 & 1 & 4 \\ \text{II} & -2 & 2 & 0 & -4 \\ \text{III} & -1 & -1 & 2 & 2 \\ \hline \text{II}' := 2 \cdot \text{I} + \text{II} & & -2 & 2 & 4 \\ \text{III}' := \text{I} + \text{III} & & -3 & 3 & 6 \\ \hline \end{array}$$

usw.

⋮

34. Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $A \cdot x = b$ mit dem Gauß'schen Algorithmus, wobei

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

35. Lösen Sie das lineare Gleichungssystem mit erweiterter Koeffizientenmatrix

$$(A|b) := \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 8 & 1 \\ 2 & 3 & 6 & 8 & 1 \end{array} \right).$$

36. Lösen Sie das lineare Gleichungssystem mit erweiterter Koeffizientenmatrix

$$(A|b) := \left(\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 4 & -2 & 5 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 6 & -1 \end{array} \right).$$

37. Bestimmen Sie eine Polynomfunktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sodass $f(1) = 2$, $f(4) = 0$, $f(6) = -1$. Dabei heißt eine Funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ Polynomfunktion, falls es eine natürliche Zahl n und reelle Zahlen a_0, \dots, a_n gibt, sodass

$$\forall x \in \mathbb{R} : g(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n.$$

38. Welche der folgenden Mengen sind Unterräume des \mathbb{R}^2 . Geben Sie jeweils an, welche Unterräumeigenschaften erfüllt sind.

- (a) $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid 3x - 4y = 7 \right\}$.
- (b) $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid 3x - 4y = 0 \right\}$.
- (c) $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid 3x - 4y \geq 0 \right\}$.

39. Welche der folgenden Mengen sind Unterräume des \mathbb{R}^2 . Geben Sie jeweils an, welche Unterraumeigenschaften erfüllt sind.
- (a) $\{(\frac{3}{2}) + t \cdot (\frac{8}{6}) \mid t \in \mathbb{R}\}$.
 - (b) $\{(\frac{3}{2}) + t \cdot (\frac{9}{6}) \mid t \in \mathbb{R}\}$.
40. Geben Sie eine Teilmenge M des \mathbb{R}^3 an, welche die Eigenschaften (1) und (3) aus Definition 4.1 (Vorlesungsskriptum) erfüllt, aber kein Unterraum des \mathbb{R}^3 ist.