

**Algebra für Informatiker/Innen**  
**11. Übungsblatt für den 12. und 13. Juni 2008**

80. Welche Punkte der Geraden

$$g_1 : X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

und

$$g_2 : X = \begin{pmatrix} -24 \\ -52 \\ 15 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

kommen einander am nächsten?

81. Welcher Punkt der Ebene

$$e : X = \begin{pmatrix} -24 \\ -53 \\ 13 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

kommt dem Punkt  $\begin{pmatrix} -47 \\ -95 \\ 34 \end{pmatrix}$  am nächsten?

82. Welcher Punkt der Ebene

$$e : X = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

kommt der Geraden

$$g : X = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

am nächsten?

83. Bestimmen Sie jene Gerade der Form  $y = kx + d$ , die die Punkte  $(0, 3)$ ,  $(1, 4)$  und  $(2, 7)$  bestmöglich approximiert. "Bestmöglich" heißt dabei, dass  $k$  und  $d$  so zu bestimmen sind, dass

$$(y_1 - (kx_1 + d))^2 + (y_2 - (kx_2 + d))^2 + (y_3 - (kx_3))^2$$

minimal wird.

84. Bestimmen Sie jene Gerade der Form  $y = kx + d$ , die die Punkte  $(2, 3)$ ,  $(3, 0)$  and  $(6, 5)$  bestmöglich approximiert. “Bestmöglich” heißt dabei, dass  $k$  und  $d$  so zu bestimmen sind, dass

$$(y_1 - (kx_1 + d))^2 + (y_2 - (kx_2 + d))^2 + (y_3 - (kx_3))^2$$

minimal wird.

85. Lösen Sie folgende Gleichungen:

(a)  $13x = 1 \pmod{47}$

(b)  $25x = 3 \pmod{39}$

86. Beweisen Sie Satz 7.3 aus dem Skript.

87. Wieviele invertierbare Elemente gibt es in  $\mathbb{Z}_{15}$ ?