

**Algebra für Informatiker/innen**  
**9. Übungsblatt für den 29. und 30. Mai 2008**

65. Bestimmen Sie alle Vektoren, die auf  $v = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  und auf  $w = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  orthogonal stehen.

66. Bestimmen Sie für folgende Unterräume jeweils  $U^\perp$  und eine Basis von  $U^\perp$ .

(a)  $U = L\left(\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) \leq \mathbb{R}^2$

(b)  $U = L\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}\right) \leq \mathbb{R}^3$

67. Orthonormalisieren Sie mit dem Verfahren von Gram-Schmidt folgende Teilmenge des  $\mathbb{R}^3$ .

$$M = L\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}\right)$$

68. Wie (67) für  $M = L\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right)$ .

69. Ergänzen Sie die Basis der linearen Hülle folgender Teilfamilie des  $\mathbb{R}^3$  zu einer Orthonormalbasis des  $\mathbb{R}^3$ .

$$M = L\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}\right)$$

70. Sei  $U \leq \mathbb{R}^3$  mit der Basis  $B = \left(\frac{1}{\sqrt{14}}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$ .

Bestimmen Sie die Koordinaten von  $v = \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \\ 1 \end{pmatrix}$  bezüglich  $B$ , die Länge von  $v$  und die Länge von  $v$  bezüglich  $B$ .

71. Wie (70) für  $v = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

72. Bestimmen Sie den Winkel zwischen  $u = \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ -5 \end{pmatrix}$  und  $v = \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \\ 1 \end{pmatrix}$  sowie den Winkel zwischen  $u$  und  $v$  bezüglich der orthonormalisierten Basis aus Beispiel 67.