Algebra für Informatiker/innen
7. Übungsblatt für den 8. und 9. Mai 2008

49. Überprüfen Sie jeweils, ob v in $L(v_1, \dots, v_k)$ liegt.

(a) $\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix} \in L\left(\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}\right)$?

(b) $\begin{pmatrix}0\\2\\-1\end{pmatrix} \in L\left(\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\3\\1\end{pmatrix}\right)$?

(c) $\begin{pmatrix}0\\2\\-1\end{pmatrix} \in L\left(\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\3\\1\end{pmatrix}\right)$?

50. Überprüfen Sie jeweils, ob $(v_1, \dots, v_k)$ linear unabhängig sind :

(a) $\left(\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}\right)$

(b) $\left(\begin{pmatrix}1\\4\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\5\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\6\\2\end{pmatrix}\right)$

(c) $\left(\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}\right)$

51. Finden Sie eine Basis von $L\left(\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}\right)$ durch Bestimmen der Zeilenstaffelnormalform.

52. Sei $A = \begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\3 & 1 & 2\\1 & 1 & 0\\1 & 0 & 1\end{pmatrix}$. Finden Sie eine Matrix B in Zeilenstaffelform, sodass $Z(A) = Z(B)$.

53. Seien $A = \begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\2 & 1 & 1\\-1 & 0 & 2\end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix}-2 & 3 & -2\\-1 & 1 & 1\\-2 & 0 & 2\end{pmatrix}$. Gilt $Z(A) = Z(B)$?

54. Bestimmen eine Basis des Nullraums von $A = \begin{pmatrix}1 & 2 & -2 & 2\\0 & 1 & 0 & 1\\1 & 1 & -2 & 1\end{pmatrix}$.

55. Bestimmen eine Basis des Nullraums von $B = \begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\1 & 3 & 5\\1 & 1 & 1\\1 & 2 & 3\end{pmatrix}$.

56. Finden Sie einen Algorithmus, der folgendes leistet :

Input : $(v_1, v_2) \in \mathbb{R}^3$
Output : $v_3 \in \mathbb{R}^3$ mit $v_3 \notin L((v_1, v_2))$