Algebra für Informatiker/innen
5. Übungsblatt für den 24. und 25. April 2008

41. Überprüfen Sie, welche Unterraumeigenschaften bzgl. $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ jeweils erfüllt sind für :
    (a) $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$
    (b) {(x,y) | x >0, y > 0}
    (c) { }

42. Seien U, V Unterräume des $\mathbb{R}^2$. Ist $U \cap V$ wieder ein Unterraum des $\mathbb{R}^2$?

43. Seien U, V Unterräume des $\mathbb{R}^2$. Ist $U \cup V$ wieder ein Unterraum des $\mathbb{R}^2$?

44. Überprüfen Sie, ob …
    (a) $\binom{1}{3} \in L\left(\binom{-1}{2}, \binom{2}{-4}, \binom{1/2}{-2}\right)$
    (b) $\begin{pmatrix}-1\\2\\3\end{pmatrix} \in L\left(\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\2\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}\right)$

45. Testen Sie jeweils, ob folgende Mengen von Vektoren linear abhängig sind. Finden Sie, falls die Vektoren linear abhängig sind, eine Linearkombination, die den Nullvektor ergibt, und bei der nicht jeder Vektor 0 mal genommen wird.
    (a) $\left(\binom{-1}{1}, \binom{2}{-4}, \binom{0}{-1}\right)$
    (b) $\left(\begin{pmatrix}0\\-2\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\-6\\3\end{pmatrix}\right)$

46. Zeigen oder widerlegen Sie folgende Behauptung :
    Sei $n \geq 2$ und seien $v_1, \dots, v_n \in \mathbb{R}^n$ linear abhängig, dann gilt für alle $v_i \in \{v_1, \dots, v_n\}$:
    $v_i \in L(\{v_1, \dots, v_n\} \setminus \{v_i\})$.

47. Zeigen Sie Übung 4.3.5 aus dem Skript für $n = 3$.
    Zusatzfrage : Entsteht auf diese Weise immer eine Gerade?

48. Zeigen Sie in Satz 4.16 (2) $\Rightarrow$ (1).